

**IMPLEMENTASI ALGORITMA BELLMAN-FORD UNTUK
MENENTUKAN LINTASAN TERPENDEK PADA JALUR
PENGANGKUTAN KELAPA SAWIT DI PT. SERIKAT PUTRA
LUBUK RAJA ESTATE**

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains Pada
Jurusan Matematika

oleh:

HELVAN NURDIANSYAH
10754000231



**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2012**

**IMPLEMENTASI ALGORITMA BELLMAN-FORD
UNTUK MENENTUKAN LINTASAN TERPENDEK PADA
JALUR PENGANGKUTAN KELAPA SAWIT DI PT. SERIKAT
PUTRA LUBUK RAJA ESTATE**

**HELVAN NURDIANSYAH
10754000231**

Tanggal Sidang : 31 Januari 2012

Periode Wisuda :

Jurusan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Tugas akhir ini menjelaskan tentang penentuan lintasan terpendek pada jalur pengangkutan kelapa sawit di PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate. Algoritma yang digunakan dalam penentuan lintasan terpendek ini adalah algoritma Bellman-Ford. Tujuan penelitian ini ialah menentukan lintasan terpendek agar waktu dan biaya yang terpakai lebih efisien. Data yang ada berupa peta perkebunan kelapa sawit PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate yang terdiri dari beberapa *regional* dan jalan penghubung. *Regional* dinyatakan sebagai simpul dan jalan penghubung sebagai sisi. Simpul asal adalah R_1 sedangkan simpul tujuan adalah R_{15} . Hasil yang diperoleh berdasarkan penelitian ini didapatkan lintasan terpendeknya adalah $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_{13} \rightarrow R_{14} \rightarrow R_{15}$ yaitu senilai 15.004 m atau kurang lebih 15 km.

Kata kunci: *Algoritma Bellman-Ford, lintasan terpendek,*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirobbil'alamin, puji syukur penulis ucapkan kehadiran Allah SWT. Atas segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul **“IMPLEMENTASI ALGORITMA BELLMAN-FORD UNTUK MENENTUKAN LINTASAN TERPENDEK PADA JALUR PENGANKUTAN KELAPA SAWIT DI PT. SERIKAT PUTRA LUBUK RAJA ESTATE”**. Penulisan Tugas Akhir ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat dalam angka menyelesaikan studi Strata 1 (S1) di UIN Suska Riau. Shalawat berserta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, mudah-mudahan kita semua selalu mendapat syafa'at dan dalam lindungan Allah SWT amin.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini, penulis tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak, baik langsung maupun tidak langsung. Untuk itu penulis mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada kedua orang tua tercinta ayahanda (Zulianto) dan ibunda (Nurlailis) yang tak pernah lelah dalam mencurahkan kasih sayang, perhatian, do'a, dan dukungan untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini. Selanjutnya ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. H. M. Nazir selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Ibu Dra. Hj. Yenita Morena, M.si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Yuslenita Muda, M.Sc selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sain dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Ibu Sri Basriati, M.Sc selaku pembimbing yang telah banyak membantu, mengarahkan, mendukung, dan membimbing penulis dengan penuh kesabarannya dalam penulisan Tugas Akhir ini.
5. Bapak Mohammad Soleh, M.Sc selaku penguji I yang telah memberikan kritikan dan saran serta dukungan dalam penulisan Tugas Akhir ini.
6. Ibu Aripani Desvina, M.Sc selaku penguji II yang telah memberikan kritikan dan saran serta dukungan dalam penulisan Tugas Akhir ini hingga selesai.

7. Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku koordinator Tugas Akhir yang telah banyak membantu dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.
8. Semua Bapak dan Ibu dosen Jurusan Matematika Fakultas Sain dan Teknologi yang telah membimbing penulis selama kuliah.

Akhirnya, dalam penyusunan dan penulisan Tugas Akhir ini penulis telah berusaha semaksimal mungkin. Walaupun demikian tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan baik dalam penulisan maupun dalam penyajian materi, seperti *tiada gading yang tak retak*. Untuk itu penulis mengharapkan kritikan dan saran dari berbagai pihak demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Pekanbaru, 31 Januari 2012

Helvan Nurdiansyah

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERSETUJUAN.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
<i>ABSTRACT</i>	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR SIMBOL.....	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang Masalah.....	I-1
1.2 Rumusan Masalah	I-3
1.3 Batasan Masalah.....	I-3
1.4 Tujuan Penelitian	I-3
1.5 Manfaat Penelitian	I-4
1.6 Sistematika Penulisan	I-4
BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 Graf	II-1
2.2 Algoritma Bellman-ford.....	II-11
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Jenis dan Sumber Data.....	III-1
3.2 Metode Analisis Data.....	III-1

BAB IV PEMBAHASAN	
4.1 Algoritma Bellman-ford.....	IV-1
4.2 Penyelesaian.....	IV-1
BAB V PENUTUP	
5.1 Kesimpulan	V-1
5.2 Saran.....	V-2
DAFTAR PUSTAKA	
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
2.1 Graf Sederhana.....	II-2
2.2 Graf Tak-sederhana.....	II-3
2.3 Graf Tak-berarah.....	II-3
2.4 Graf Berarah.....	II-4
2.5 Lintasan pada Graf	II-5
2.6 Graf Sirkuit	II-6
2.7 Graf Berbobot.....	II-7
2.8 Graf Berarah.....	II-9
2.9 Graf Berbobot dan Berarah	II-10
2.10 Graf Berarah dan Berbobot	II-12
2.11 Graf Berbobot Positif dan Negatif	II-13
2.12 Lintasan yang Mungkin akan dilalui.....	II-14
2.13 Lintasan yang Melalui $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_5$	II-16
2.14 Lintasan yang Melalui $v_1 \rightarrow v_3$	II-18
2.15 Lintasan yang Melalui $v_1 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4$	II-19
2.16 Semua Simpul yang sudah Terjelajahi.....	II-20
3.1 <i>Flowchart</i> Metodologi Penelitian	III-2
4.1 Peta Perkebunan Kelapa Sawit.....	IV-1
4.2 Representasi Wiayah Perkebunan dalam Graf.....	IV-2
4.3 Graf Berbobot Positif (+) dan Negatif (-)	IV-3
4.4 Lintasan yang Mungkin dilalui	IV-5
4.5 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_3$	IV-7
4.6 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2$	IV-14

4.7 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4$	IV-20
4.8 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6$	IV-26
4.9 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8$	IV-32
4.10 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow R_{12}$	IV-37
4.11 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_{13}$	IV-42
4.12 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_{13}$ $\rightarrow R_{14}$	IV-46
4.13 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_{13}$ $\rightarrow R_{14} \rightarrow R_9$	IV-50
4.14 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_{13}$ $\rightarrow R_{14} \rightarrow R_9 \rightarrow R_{10}$	IV-53
4.15 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_{13}$ $\rightarrow R_{14} \rightarrow R_9 \rightarrow R_{10} \rightarrow R_7$	IV-56
4.16 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_{13}$ $\rightarrow R_{14} \rightarrow R_9 \rightarrow R_{10} \rightarrow R_{11}$	IV-58
4.17 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_{13}$ $\rightarrow R_{14} \rightarrow R_9 \rightarrow R_{10} \rightarrow R_7 \rightarrow R_5$	IV-60
4.18 Lintasan yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_{13}$ $\rightarrow R_{14} \rightarrow R_{15}$	IV-61
4.19 Lintasan Terpendek yang Melalui $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow$ $R_{12} \rightarrow R_{13} \rightarrow R_{14} \rightarrow R_{15}$	IV-62
4.20 Lintasan yang Dilalui pada Lokasi Perkebunan	IV-63

DAFTAR SIMBOL

v_i	: Vertek (simpul) ke- i
e_i	: Sisi yang menghubungkan antara simpul
$V(G)$: Himpunan simpul-simpul pada suatu graf
L	: Vertek yang sudah terpilih dalam jalur lintasan terpendek
$D(j)$: Bobot lintasan terkecil dari v_i ke vertek v_j
$D(i)$: Bobot lintasan yang akan diuji lintasannya
$W(j, i)$: Bobot sisi dari vertek v_i ke vertek v_j
∞	: Tak hingga, jika tidak ada hubungan
\forall	: Untuk setiap
\in	: Anggota bagian

BAB I

PENDAHULUAN

Bab I dalam penelitian ini terdiri latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

1.1 LATAR BELAKANG

Provinsi Riau dikenal sebagai salah satu provinsi penghasil kelapa sawit terbesar di Indonesia. PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate merupakan salah satu perusahaan kelapa sawit yang berada di provinsi Riau. Perusahaan ini memiliki lahan perkebunan sawit kurang lebih seluas 6.824 Ha. Perusahaan ini memiliki blok-blok perkebunan kelapa sawit dan di masing-masing blok juga terdapat TPH (Tempat Pengumpulan Hasil). Perusahaan ini membuat jalan atau jalur yang akan dilalui oleh alat transportasi dari areal perkebunan ke Pabrik Kelapa Sawit (PKS). Jalan-jalan tersebut adalah *main road*, *collection road* dan *countur*. *Main road* adalah jalan yang mengarah dari Timur ke Barat atau sebaliknya. *Collection road* adalah jalan yang mengarah dari selatan ke utara atau sebaliknya. *Countur* adalah jalan yang arahnya sembarang. Hal ini bertujuan untuk mempermudah pengangkutan hasil panen pada perkebunan kelapa sawit.

Pengangkutan hasil panen pada perusahaan ini menggunakan mobil truk, secara langsung akan menggunakan biaya yang besar, waktu dan tenaga. Inilah yang membuat sebuah perusahaan kelapa sawit harus benar-benar memperhitungkan biaya yang akan dikeluarkan dalam produksi. Faktor yang menjadi permasalahan dalam sebuah perusahaan kelapa sawit adalah penggunaan bahan bakar transportasi yang besar dikarenakan panjangnya rute yang dilalui oleh kendaraan pengangkut kelapa sawit dari perkebunan menuju pabrik pengolahan kelapa sawit. Optimasi merupakan salah satu cara agar perusahaan ini mendapat penghasilan yang lebih banyak dan biaya yang dikeluarkanpun tidak terbuang sia-sia.

Permasalahan optimasi merupakan permasalahan yang sering sekali ditemui di dalam kehidupan sehari-hari. Hal ini tidak terlepas dari sifat dasar manusia yang selalu ingin mendapatkan keuntungan semaksimal mungkin dan memperoleh kerugian seminimum mungkin. Begitu juga pada manajemen perusahaan ini, permasalahan optimasi sangat membantu untuk memaksimalkan pendapatan dan meminimalkan pengeluaran yang disebabkan oleh hal-hal yang berhubungan dengan panjangnya lintasan yang akan ditempuh hingga sampai ke pabrik pengolahan kelapa sawit tersebut. Permasalahan yang dapat diatasi oleh perusahaan ini adalah perusahaan dapat menghemat biaya bahan bakar yang digunakan kendaraan pengangkut kelapa sawit dari perkebunan menuju pabrik pengolahan kelapa sawit dengan menggunakan lintasan yang lebih pendek. Selain itu waktu yang akan terpakai oleh karyawan yang berkerja dibidang pengangkutan kelapa sawit pun akan lebih efisien. Penentuan lintasan terpendek pada ilmu matematika bisa menggunakan algoritma pada graf.

Algoritma merupakan salah satu metode yang digunakan untuk persoalan lintasan terpendek. Algoritma adalah kumpulan perintah-perintah yang digunakan untuk menyelesaikan masalah. Kata algoritma sendiri berasal dari pelatitan nama seorang ahli matematika asal Uzbekistan yang bernama Al-Khawarizmi. Kata algoritma pada awalnya merujuk pada aturan-aturan aritmetis untuk menyelesaikan masalah dengan menggunakan bilangan numerik dari arab. Akan tetapi pada abad ke-18, kata algoritma tidak hanya merupakan suatu kumpulan perintah yang digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah tetapi juga mencakup semua prosedur atau urutan langkah yang jelas dan dibutuhkan guna menyelesaikan suatu masalah. Sudah banyak algoritma yang ditemukan dalam menentukan lintasan terpendek, antara lain algoritma Dijkstra, Fody-Warsall, Bellman-Ford, dan lain sebagainya.

Algoritma Bellman-ford merupakan salah satu algoritma untuk mencari lintasan terpendek (dari satu sumber) pada sebuah graf berbobot. Maksudnya dari satu sumber ialah bahwa ia menghitung semua jarak terpendek yang berawal dari satu titik ke titik tujuan. Dengan demikian, algoritma Bellman-ford dapat membantu perusahaan kelapa sawit ini untuk dapat menentukan lintasan

terpendek yang akan ditempuh oleh truk-truk dalam mengangkut hasil panen menuju pabrik pengolahan. Berdasarkan hal itulah perusahaan akan mampu menghemat biaya transportasi yang digunakan oleh perusahaan tersebut.

Beberapa penentuan lintasan terpendek pada suatu graf yang penulis temukan diantaranya "*Algoritma Dijkstra, Bellman-Ford, dan Floyd-Warshall untuk Mencari Rute Terpendek dari Suatu Graf*" oleh Didi Khairurrazi Budiarsyah telah dipublikasikan di Institut Teknologi Bandung, 15 Desember 2010 serta studi yang berjudul "*Studi dan Implementasi Algoritma Dijkstra, Bellman-Ford dan Floyd-Warshall dalam menangani Masalah Lintasan Terpendek dalam Graf*". Algoritma-algoritma ini bertujuan untuk menentukan lintasan terpendek dari suatu graf. Algoritma Dijkstra merupakan algoritma yang paling cepat dalam menentukan rute terpendek, namun tidak dapat menangani sisi berbobot negatif. Algoritma Bellman-Ford dan Floyd-Warshall dapat melakukannya, namun waktu yang dibutuhkan kedua algoritma ini lebih lama daripada algoritma Dijkstra.

Hal inilah yang membuat penulis tertarik untuk menggunakan metode algoritma Bellman-Ford untuk mencari lintasan terpendek pada Tugas Akhir dengan judul **"Implementasi Algoritma Bellman-Ford untuk Menentukan Lintasan Terpendek pada Jalur Pengangkutan Kelapa Sawit di PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate"**

1.2 RUMUSAN MASALAH

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan maka dapat dirumuskan permasalahan, yaitu: "Bagaimana menentukan lintasan terpendek jalur pengangkutan kelapa sawit di PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate di Kecamatan Bandar Petalangan, Kabupaten Pelalawan dengan menggunakan algoritma Bellman-Ford"

1.3 BATASAN MASALAH

Untuk mencegah meluasnya permasalahan yang ada dan agar lebih terarah, maka dilakukan pembatasan, yaitu: tugas akhir ini hanya akan membahas penentuan lintasan terpendek pada jalur pengangkutan kelapa sawit di PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate, di kecamatan Bandar Petalangan, Kabupaten Pelalawan menggunakan algoritma Bellman-Ford.

1.4 TUJUAN PENELITIAN

Tujuan penelitian tugas akhir ini adalah mendapatkan solusi lintasan terpendek yang terbaik dengan menggunakan algoritma Bellman-Ford pada jalur pengangkutan kelapa sawit di PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate, di Kecamatan Bandar Petalangan, Kabupaten Pelalawan. Sehingga didapatkan solusi yang lebih efisien dalam pengangkutan kelapa sawit di PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate.

1.5 MANFAAT PENELITIAN

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah dikemukakan di atas, maka manfaat yang didapat diambil adalah sebagai berikut:

- a. Penulis mengharapkan dapat mengembangkan wawasan keilmuan dalam matematika mengenai penentuan lintasan terpendek menggunakan algoritma Bellman-Ford.
- b. Penulis dapat mengetahui dan menentukan lintasan terpendek dan jalur yang lebih efisien pada jalur pengangkutan kelapa sawit di PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate dengan menggunakan algoritma Bellman-Ford tersebut.

1.6 SISTEMATIKA PENULISAN

Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini bersisi latar belakang masalah, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini menjelaskan konsep-konsep dasar tentang graf, graf sederhana, graf tak-sederhana, graf tak-berarah, graf berarah, bertetangga dan bersisian, derajat, lintasan, siklus atau sikuit, graf berbobot, representasi graf dalam matriks, dan algoritma Bellman-Ford.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisikan langkah-langkah atau prosedur untuk menyelesaikan persoalan lintasan terpendek menggunakan algoritma Bellman-Ford.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang hasil lintasan terpendek yang diperoleh pada jalur pengangkutan kelapa sawit diperkebunan kelapa sawit PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate menggunakan algoritma Bellman-Ford.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini berisikan kesimpulan dari hasil dan pembahasan yang telah dilakukan pada bab IV dan saran dari penulis.

BAB II

LANDASAN TEORI

Bab II dalam penelitian ini terdiri atas beberapa teori pendukung yang akan dipergunakan dalam membahas “Implementasi Algoritma Bellman-Ford untuk Menentukan Lintasan Terpendek pada Jalur Pengangkutan Kelapa Sawit”.

2.1 Graf

a) Definisi Graf

Siang (2006) menyebutkan graf adalah suatu diagram yang memuat informasi tertentu jika diinterpretasikan secara tepat. Graf digunakan untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada di dalam kehidupan sehari-hari dan tujuannya adalah sebagai visualisasi objek-objek agar lebih mudah dimengerti. Kadang-kadang suatu graf dinyatakan dengan gambarnya. Gambar suatu graf G terdiri dari himpunan titik, himpunan garis-garis yang menghubungkan titik-titik tersebut (beserta arah garis pada graf berarah). Panjang garis, kelengkungan garis serta letak titik tidak berpengaruh dalam suatu graf.

Definisi 2.1 (Heleni, 2006): Sebuah graf G berisikan dua himpunan yaitu himpunan hingga tak kosong $V(G)$ yang elemennya disebut titik atau vertek dan himpunan (mungkin kosong) $E(G)$ yang elemen-elemennya disebut sisi, sedemikian hingga setiap sisi e di $E(G)$ adalah sebuah pasangan tak berurutan dari titik-titik di $V(G)$.

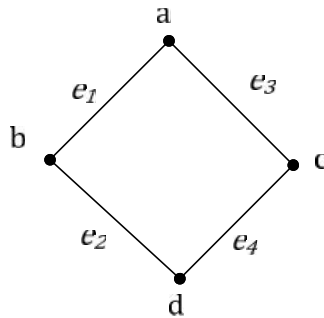
b) Graf Sederhana

Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda dinamakan graf sederhana. Sisi pada graf sederhana merupakan pasangan tak-terurut (*unordered pairs*). Jadi, menuliskan sisi (u, v) sama saja dengan (v, u) .

Contoh 2.1:

Gambarlah sebuah graf sederhana dengan titik $V(G) = \{A, B, C, D\}$ dan garis $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$:

Penyelesaian:



Gambar 2.1 Graf Sederhana

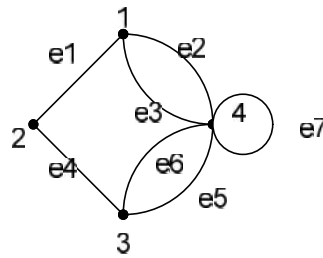
c) Graf Tak-Sederhana (*Unsimple-Graph*)

Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang disebut graf tak-sederhana. Ada dua macam graf tak-sederhana, yaitu graf ganda (*multigraph*) dan graf semu (*pseudograph*). Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda. Sisi ganda yang menghubungkan sepasang simpul bisa lebih dari dua. Graf semu adalah graf yang mengandung gelang (*loop*).

Contoh 2.2:

Gambarlah sebuah graf dengan simpul $V(G) = \{1, 2, 3, 4\}$ dan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$ dengan titik ujung $e_1 = (2,1), e_2 = (1,4), e_3 = (1,4), e_4 = (2,3), e_5 = (3,4), e_6 = (3,4), e_7 = (4)$.

Penyelesaian:



Gambar 2.2 Graf Tak-sederhana

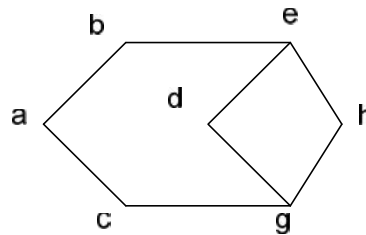
d) Graf Tak-Berarah

Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut graf tak-berarah.

Contoh 2.3:

Gambarlah sebuah graf yang terdiri dari 7 buah simpul tanpa orientasi arah.

Penyelesaian:



Gambar 2.3 Graf Tak-Berarah

e) Graf Berarah

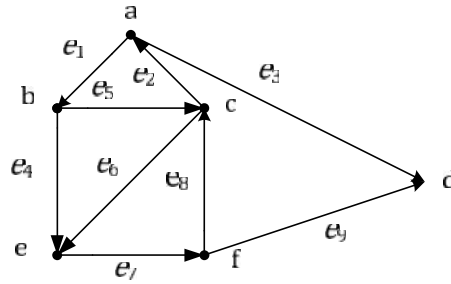
Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut graf berarah. Biasanya lebih suka menyebut sisi berarah dengan sebutan **busur** (*arc*).

Contoh 2.4:

Gambarlah sebuah graf berarah dengan ketentuan sebagai berikut:

$e_1 = (a, b), e_2 = (c, a), e_3 = (a, d), e_4 = (b, e), e_5 = (b, c), e_6 = (c, d),$
 $e_7 = (e, f), e_8 = (f, c), e_9 = (f, d)$

Penyelesaian:



Gambar 2.4 Graf Berarah

f) Bertetangga (*Adjacent*) dan Bersisian (*Incident*)

Definisi 2.2 (Lipschuts, 2002): Didefinisikan bertetangga dan bersisian dalam sebuah graf. Misalkan $e = \{(u, v)\}$ adalah sebuah sisi dalam G , yaitu u dan v adalah titik-titik ujung dari e . Simpul u dikatakan bertetangga terhadap simpul v dan sisi e dikatakan bersisian atau terhubung dengan pada u dan v .

g) Derajat (*Degree*)

Definisi 2.3 (Siang, 2006): Misalkan v adalah simpul dalam suatu graf G . Derajat simpul v (simbol $d(v)$) adalah jumlah garis (sisi) yang berhubungan dengan simpul v dan sisi gelang (*loop*) dihitung dua kali. Derajat total G adalah jumlah derajat semua simpul dalam G .

Derajat suatu simpul pada graf tak-berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Wibisono (2004) menyebutkan bahwa derajat pada graf berarah dibagi menjadi dua, yaitu $d_{in}(v)$ dan $d_{out}(v)$ yang dalam hal ini:

- a.) $d_{in}(v)$ adalah derajat-masuk (*in-degree*) yaitu jumlah busur yang masuk ke simpul v .
- b.) $d_{out}(v)$ adalah derajat-keluar (*out-degree*) yaitu jumlah busur yang keluar dari simpul v , dengan:

$$d(v) = d_{in(v)} + d_{out(v)}$$

Contoh 2.5 :

Berdasarkan gambar 2.2 di atas, dapat ditentukan derajat tiap simpulnya sebagai berikut :

$$d(v_1) = 3, d(v_2) = 2, d(v_3) = 3, \text{ dan } d(v_4) = 6.$$

Sehingga,

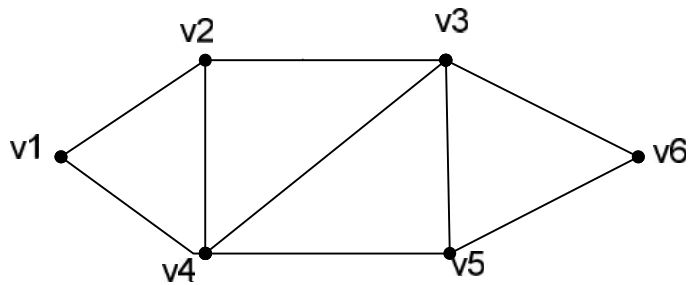
$$\text{Derajat total} = \sum_{i=1}^5 d(v_i) = 3 + 2 + 3 + 6 = 14.$$

h) Lintasan (*Path*)

Definisi 2.4 (siang, 2006) Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan didalam graf G ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk $v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$ sedemikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1), e_2 = (v_1, v_2), \dots, e_n = (v_{n-1}, v_n)$ adalah sisi-sisi dari graf G .

Contoh 2.6:

Graf berikut ini merupakan gambaran suatu daerah, yaitu:



Gambar 2.5 Lintasan pada Graf

Berdasarkan Gambar 2.5 di atas dapat dimiisalkan bahwa simpul-simpul dalam graf tersebut mewakili desa, sisi mewakili jalan antara dua desa. Misalkan seseorang berada di desa v_1 dan ingin berpergian dengan mobil ke desa v_6 . Ada beberapa lintasan yang bisa ditempuh. Tunjukkanlah lintasan-lintasan tersebut.

Penyelesaian:

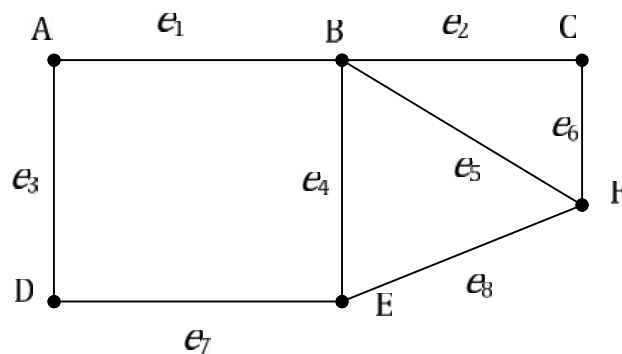
- $p_1 = (v_1, v_2, v_3, v_6)$
- $p_2 = (v_1, v_4, v_2, v_3, v_6,)$
- $p_3 = (v_1, v_4, v_5, v_6,)$
- $p_4 = (v_1, v_4, v_2, v_3, v_5, v_6,)$

i) Siklus (Cycle) atau Sirkuit (Circuit)

Siklus atau sirkuit adalah lintasan tertutup yang memiliki simpul-simpul yang unik (kecuali vertek awal dan akhir). Liu (1995) menyebutkan bahwa *circuit* ialah suatu lintasan (e_1, e_2, \dots, e_k) yang vertek terminalnya yaitu e_k , berhimpit dengan vertek awanya, e_1 .

Contoh 2.7:

Tentukanlah salah satu sirkuit dari graf berikut ini:



Gambar 2.6 Graf Sirkuit

Penyelesaian:

Salah satu sirkuit dari graf di atas adalah $A, e_1, B, e_5, F, e_8, E, e_7, D, e_3, A$ karena diawali pada vertek awal dan akhir yang sama, dan vertek yang dilaluinya unik kecuali vertek awal dan akhir.

j) **Graf Berbobot (Weighted Graph)**

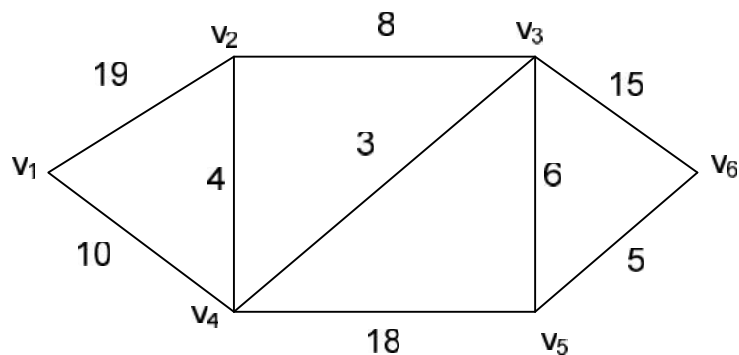
Definisi 2.5 (Heleni 2006) Bila sisi e dalam graf G dikaitkan dengan sebuah bilangan real $w(e)$, maka $w(e)$ disebut bobot (weight) dari e . Bobot dari sebuah graf G , dinotasikan dengan $w(G)$.

Definisi 2.6 (Heleni, 2006) Sebuah graf yang setiap sisinya dikaitkan dengan bilangan real disebut graf bobot.

Contoh 2.8:

Gambarlah sebuah graf berbobot berikut ini dengan ketentuan sebagai berikut: $(v_1, v_2) = 19, (v_2, v_3) = 8, (v_1, v_4) = 10, (v_2, v_4) = 4, (v_4, v_5) = 18, (v_4, v_3) = 3, (v_3, v_5) = 6, (v_3, v_6) = 15, (v_5, v_6) = 5$.

Penyelesaian:



Gambar 2.7 Graf Berbobot

i) **Representasi Graf dalam Matriks**

Wibisono (2004) menyebutkan matriks dapat digunakan untuk menyatakan suatu graf. Berikut ini terdapat beberapa representasi graf dalam matriks :

1. Matriks Ketetanggaan (*Adjacency Matrix*)

Matriks ketetanggaan adalah representasi graf yang paling umum. Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf dengan n simpul, $n \geq 1$. Bila matriks $A = [a_{ij}]$, maka $a_{ij} = 1$ jika simpul i dan j bertetangga, sebaliknya $a_{ij} = 0$ jika simpul i dan j tidak bertetangga. Begitu juga dengan graf berbobot, a_{ij} menyatakan bobot tiap sisi yang menghubungkan simpul i dengan simpul j . Tanda “ ” menyatakan bahwa tidak ada sisi dari simpul i ke simpul j atau dari simpul i ke simpul i itu sendiri, sehingga diberi nilai tak berhingga.

Notasi :

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika bertetangga } (v_i, v_j) \\ 0, & \text{jika tidak bertetangga } (v_i, v_j) \end{cases}$$

2. Matriks Bersisian (*Incidency Matrix*)

Notasi :

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika ada sisi } (v_i, v_j) \\ 0, & \text{jika tidak ada sisi } (v_i, v_j) \end{cases}$$

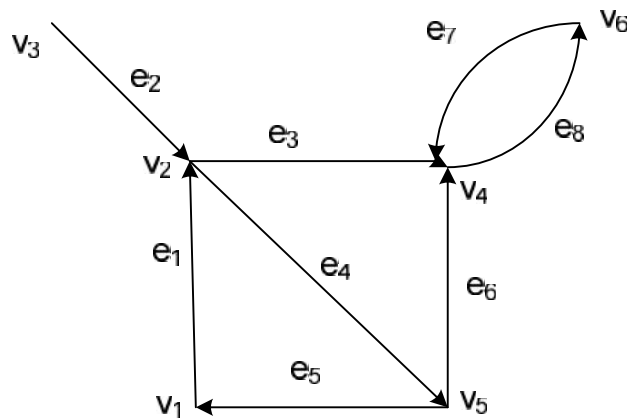
3. Matriks Sirkuit

Definisi 2.7 (Siang, 2006) : Misalkan G adalah graf berarah dengan e buah garis dan q buah sirkuit berarah. Sembarang arah orientasi (searah arah jarum jam atau berlawanan arah jarum jam) diberikan ke tiap-tiap sirkuit. Matriks sirkuit yang bersesuaian dengan graf G adalah $A = (a_{ij})$ dengan:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika searah dengan arah orientasi} \\ -1, & \text{jika berlawanan dengan arah orientasi} \\ 0, & \text{jika sirkuit ke } i \text{ tidak memuat garis ke } j \end{cases}$$

Contoh 2.9:

Nyatakan graf berarah pada gambar berikut ini menggunakan matriks sirkuit.



Gambar 2.8 Graf Berarah

Penyelesaian:

Beberapa sirkuit yang terdapat pada Gambar 2.8 adalah:

$$s_1: v_4, e_7, v_6, e_8, v_4$$

$$s_2: v_2, e_3, v_4, e_6, v_5, e_4, v_2$$

$$s_3: v_1, e_1, v_2, e_4, v_5, e_5, v_1$$

$$s_4: v_1, e_1, v_2, e_3, v_4, e_6, v_5, e_5, v_1$$

Misalkan orientasi yang dipilih pada s_2 dan s_3 sesuai dengan arah jarum jam, sedangkan pada s_1 dan s_4 berlawanan dengan arah jarum jam. Dengan demikian matriks sirkuitnya adalah:

$$\begin{array}{c}
 \begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{matrix} \left[\begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Contoh 2.10:

Berdasarkan gambar 2.1 graf sederhana di atas dapat direpresentasikan dalam matriks sebagai berikut :

a) Matriks Ketetanggaan

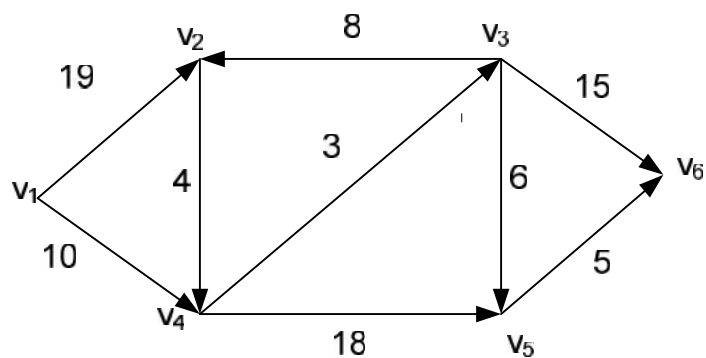
$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

b) Matriks Bersisian

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Contoh 2.11

Representasikanlah graf berikut ini ke dalam matriks:



Gambar 2.9 Graf Berbobot dan Berarah

Penyelesaian:

Graf berbobot diatas dapat direpresentasikan dalam bentuk matriks ketetanggaan berbobot sebagai berikut.

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
v_1		19		10		
v_2			8	4		
v_3		8			6	15
v_4			3		18	
v_5						5
v_6						

2.2 Algoritma Bellman-ford

Algoritma Bellman-Ford ditemukan oleh Richard E. Bellman, seorang matematikawan yang lahir di New York pada tahun 1920 dan Ford. Algoritma Bellman-Ford adalah salah satu algoritma untuk mencari lintasan terpendek yang mana jika dalam suatu graf terdapat sisi yang bernilai negatif, meski demikian algoritma Bellman-Ford juga bisa digunakan untuk mencari lintasan terpendek pada sebuah graf yang memiliki sisi bernilai positif.

Langkah-langkah dalam menyelesaikan persoalan lintasan terpendek menggunakan algoritma Bellman-Ford sebagai berikut:

1. Mengubah peta menjadi graf berarah.
2. Menentukan vertek asal dan vertek tujuan.
3. Memberikan tanda (+) atau (-) pada bobot graf berdasarkan arah orientasinya, kecuali sisi pada vertek "0" diberikan tanda positif, dan jika terdapat sirkuit yang berbentuk sisi ganda maka didefinisikan:

$$e(u, v) = \begin{cases} e(u, v), & \text{busur bergerak maju} \\ -(u, v), & \text{busur bergerak mundur} \\ 0, & \text{untuk yang lainnya} \end{cases}$$

4. Dimulai dari vertek "0" yang menyebarkan informasi ke masing-masing vertek yang langsung berhubungan dengan vertek "0" tersebut sesuai dengan

nilai bobot jalurnya. Semua vertek yang sudah memiliki nilai akan menyebarkan informasi ke vertek yang saling berhubungan langsung (menguji setiap sisi yang akan mungkin akan dilalui), kemudian jika sebuah vertek diisi oleh lebih dari satu nilai maka nilai yang dipilih adalah nilai terkecil.

$$D(i) > D(j) + W(j, i)$$

maka ganti $D(i)$ dengan $D(j) + W(j, i)$.

Jika:

$$D(i) \leq D(j) + W(j, i)$$

maka nilai $D(i)$ tetap.

keterangan:

$$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, \dots, v_n\}$$

L : Simpul yang sudah terpilih dalam jalur lintasan terpendek

$D(j)$: Bobot lintasan terkecil dari v_i ke v_j .

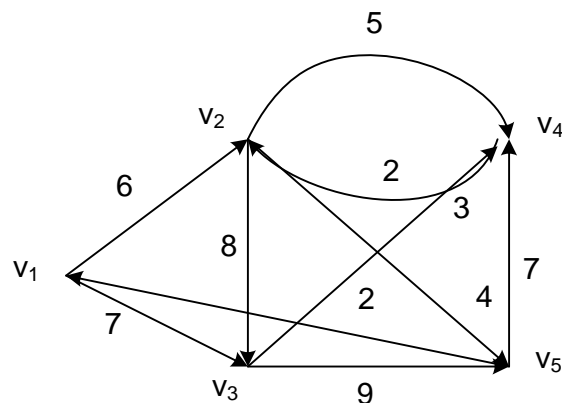
$D(i)$: Bobot yang akan diuji lintasannya.

$W(j, i)$: Bobot sisi dari vertek v_j ke simpul v_i

5. Lakukan berulang kali langkah 4 sampai terbentuknya nilai pada setiap simpul yang sudah dijelajahi.

Contoh 2.12:

Diketahui sebuah graf sebagai berikut:



Gambar 2.10 Graf Berarah dan Berbobot

Tentukanlah lintasan terpendek dari vertek v_1 menuju vertek v_4 , dengan menggunakan algoritma Bellman-ford.

Penyelesaian:

Langkah 1: Membuat graf berarah.

Berdasarkan gambar 2.9 graf di atas merupakan sebuah graf berarah.

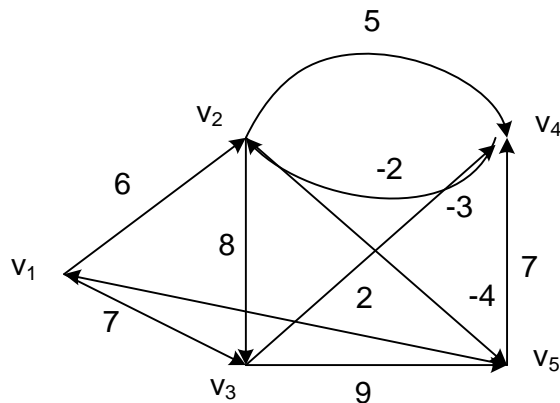
Langkah 2: Menentukan simpul asal dan simpul tujuan.

simpul asal atau vertek “0” dari graf di atas adalah simpul v_1 dan vertek tujuan yaitu vertek v_4 .

Langkah 3: Memberikan tanda (+) atau (-) pada bobot graf berdasarkan arah orientasinya, jika terdapat sisi ganda maka didefinisikan:

$$e(u, v) = \begin{cases} e(u, v), & \text{busur bergerak maju} \\ -(u, v), & \text{busur bergerak mundur} \\ 0, & \text{untuk yang lainnya} \end{cases}$$

Maka dapat dilihat pada graf berikut ini.



Gambar 2.11 Graf Berbobot Positif dan Negatif

Langkah 4: Simpul “0” (simpul z) menyebarkan informasi yang berhubungan langsung dengan simpul tersebut berdasarkan arahnya yaitu simpul v_2 dan v_3 , dapat dilihat pada representasi matriks berikut:

$$\begin{array}{c}
 v_1 \\
 v_2 \\
 v_3 \\
 v_4 \\
 v_5
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad v_4 \quad v_5 \\
 \left[\begin{array}{ccccc}
 \infty & 6 & 7 & \infty & \infty \\
 & & 8 & 5 & -4 \\
 \infty & \infty & \infty & -3 & 9 \\
 \infty & -2 & \infty & \infty & \infty \\
 2 & \infty & \infty & 7 & \infty
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

L : simpul yang sudah terpilih dalam jalur lintasan terpendek.

$D(j)$: Bobot lintasan terkecil dari v_i ke v_j .

$D(i)$: Bobot lintasan pada simpul yang akan diuji lintasannya.

$W(j, i)$: Bobot sisi dari simpul v_i ke simpul v_j .

Sehingga untuk melihat keterhubungan antara simpul yang akan diuji terhadap simpul yang sudah terpilih sebelumnya, serta bobot lintasan antara keduanya dengan cara:

$$D(i) = W(j, i)$$

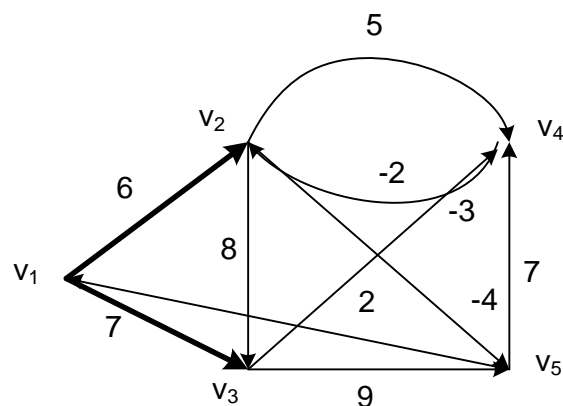
$$D(2) \approx W(1, 2) = 6$$

$$D(3) \approx W(1, 3) = 7$$

$$D(4) \approx W(1, 4) =$$

$$D(5) \approx W(1, 5) =$$

Kemungkinan lintasan yang akan dilalui adalah $D(2)$ dan $D(3)$, dapat dilihat pada graf berikut ini:



Gambar 2.12 Lintasan yang Mungkin Dilalui

karena

$$D(2) < D(3), D(4), \text{ atau } D(5)$$

Maka dipilih:

$$D(2)$$

untuk melanjutkan lintasannya.

Sehingga:

$$\begin{aligned} V - L &= \{v_2, v_3, v_4, v_5\} - \{v_2\} \\ &= \{v_3, v_4, v_5\} \end{aligned}$$

Selidiki setiap sisi yang mungkin dilalui sehingga dapat melanjutkan lintasannya .

$$V_v \in V - L$$

$$\triangleright D(i) = D(3) \approx 7$$

$$D(i) ; D(j) + W(j, i)$$

Selanjutnya akan dibandingkan bobot lintasan $D(3)$ dengan bobot $D(2)$ ditambah dengan bobot lintasan yang menghubungkan simpul v_2 ke v_3 .

$$D(3); D(2) + W(2,3)$$

7 merupakan bobot lintasan $D(3)$ sebelumnya, begitu juga dengan $D(2)$. $W(2,3)$ berbobot 8 artinya terdapat lintasan yang menghubungkan langsung antara simpul v_2 ke v_3 yaitu sebesar 8.

$$7 ; 6 + 8$$

Nilai $D(3)$ sebelumnya dipilih karena lebih kecil dari pada nilai sebelumnya.

$$D(3) = 7$$

$$\triangleright D(i) = D(4) = \infty$$

$$D(i) ; D(j) + W(j, i)$$

Bobot lintasan $D(4)$ akan dibandingkan dengan bobot $D(2)$ ditambah dengan bobot lintasan yang menghubungkan simpul v_2 ke v_4 .

$$D(4); D(2) + W(2,4)$$

∞ merupakan bobot lintasan $D(4)$ sebelumnya, begitu juga dengan $D(2)$. $W(2,4)$ berbobot 5 artinya terdapat lintasan yang menghubungkan langsung antara simpul v_2 ke v_4 yaitu sebesar 5.

$$; 6 + 5$$

karena,

$$\infty > 11$$

Maka dipilih 11 sebagai nilai $D(4)$ sekarang,

$$D(4) = 11$$

$$\triangleright D(i) = D(5) = \infty$$

$$D(i); D(j) + W(j, i)$$

Langkah selanjutnya membandingkan lintasan $D(5)$ dengan $D(2)$ ditambah dengan bobot lintasan yang menghubungkan simpul v_2 ke v_5 .

$$D(5); D(2) + W(2,5)$$

∞ merupakan bobot lintasan $D(5)$ sebelumnya, begitu juga dengan $D(2)$. $W(2,5)$ berbobot -4 artinya terdapat lintasan yang menghubungkan langsung antara simpul v_2 ke v_5 yaitu sebesar -4.

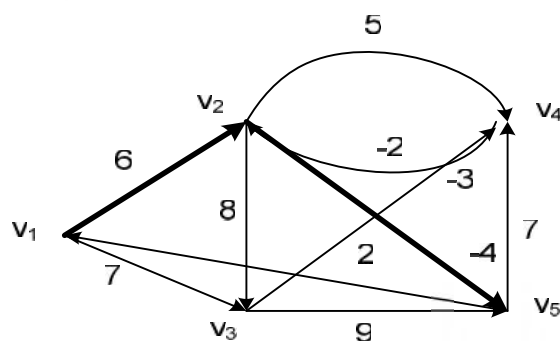
$$> 6 + (-4)$$

karena

$$\infty > 2$$

Maka dipilih 2 sebagai nilai $D(5)$ sekarang,

$$D(5) = 2$$



Gambar 2.13 Lintasan yang Melalui v_1 v_2 v_5

Ulangi langkah 4, untuk menguji lintasan lainnya yang mungkin akan dilalui, yaitu,

$$V = \{v_3, v_4, v_5\}$$

$$\left. \begin{array}{l} D(3) = 7 \\ D(4) = 11 \\ D(5) = 2 \end{array} \right\}$$

untuk melanjutkan lintasannya.

Sehingga:

$$\begin{aligned} V - L &= \{v_3, v_4, v_5\} - \{v_5\} \\ &= \{v_3, v_4\} \end{aligned}$$

Selidiki setiap sisi yang mungkin bisa dilalui, sehingga dapat melanjutkan lintasannya.

$$\forall V_v \in V - L$$

$$\text{➤ } D(i) = D(3) = 7$$

$$D(i); D(j) + W(j, i)$$

Akan dibandingkan lintasan $D(3)$ dengan bobot $D(5)$ ditambah dengan bobot lintasan yang menghubungkan simpul v_5 ke v_3 untuk melihat lintasan yang akan dilalui selanjutnya.

$$D(3); D(5) + W(5, 3)$$

7 diambil dari nilai $D(3)$ sebelumnya, begitu juga dengan $D(5)$. $W(5, 3)$ memiliki bobot ∞ karena tidak ada lintasan dari v_5 ke v_3 secara langsung.

$$7 ; 2 + \infty$$

Nilai $D(3)$ sebelumnya dipilih karena lebih kecil dari pada nilai sebelahny.

$$D(3) = 7$$

$$\text{➤ } D(i) = D(4) = 11$$

$$D(i); D(j) + W(j, i)$$

Bobot $D(5)$ ditambah dengan bobot lintasan yang menghubungkan simpul v_5 ke v_4 kemudian dibandingkan dengan bobot lintasan yang akan diuji yaitu bobot $D(4)$.

$$D(4); D(5) + W(5,4)$$

11 merupakan bobot lintasan $D(4)$ sebelumnya, begitu juga dengan $D(5)$. $W(5,4)$ berbobot 7 artinya terdapat lintasan yang menghubungkan simpul v_5 ke v_4 secara langsung yaitu sebesar 7.

$$11; 2 + 7$$

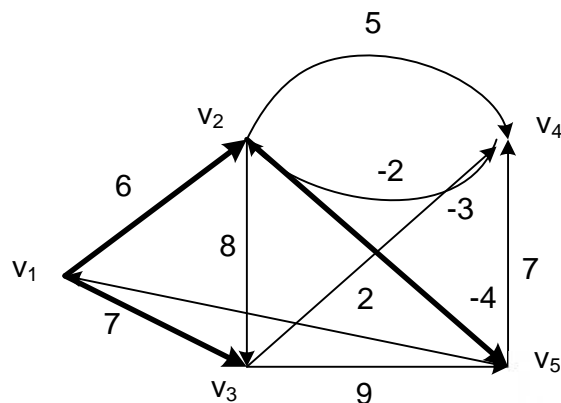
Karena,

$$11 > 9$$

Maka dipilih 9 sebagai nilai $D(4)$ sekarang,

$$D(4) \approx 9$$

Ulangi langkah 4, untuk menguji lintasan lainnya yang mungkin akan dilalui,



Gambar 2.14 Lintasan yang Melalui v_1 v_3

$$V \approx \{v_3, v_4\}$$

$$\left. \begin{array}{l} D(3) \approx 7 \\ D(4) \approx 9 \end{array} \right\}$$

maka dipilih:

$$D(3) = 7$$

untuk melanjutkan lintasanya dapat dilihat pada Gambar 2.14 diatas.:

$$V - L = \{v_3, v_4\} - \{v_3\}$$

$$= \{v_4\}$$

Selidiki setiap sisi yang mungkin dilalui, sehingga dapat melanjutkan lintasannya.

$$\forall v_v \in V - L$$

$$\triangleright D(i) = D(4) = 9$$

$$D(i); D(j) + W(j, i)$$

Langkah selanjutnya $D(4)$ dengan $D(3)$ ditambah dengan bobot lintasan yang menghubungkan simpul v_3 ke v_4 akan dibandingkan.

$$D(4); D(3) + W(3,4)$$

9 merupakan bobot lintasan $D(4)$ sebelumnya, begitu juga dengan $D(3)$. $W(3,4)$ berbobot -3 artinya terdapat lintasan yang menghubungkan langsung antara simpul v_3 ke v_4 yaitu sebesar -3.

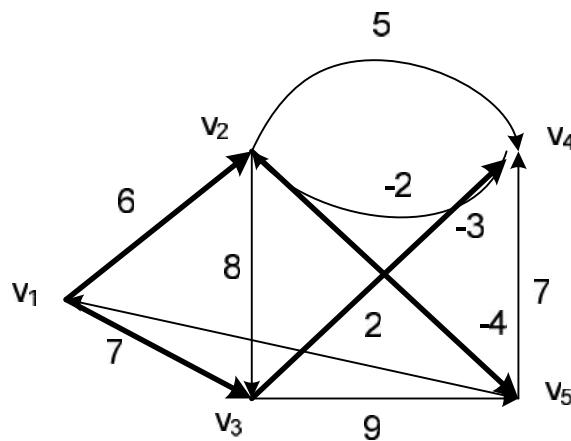
$$9 ; 7 + (-3)$$

karena,

$$9 > 4$$

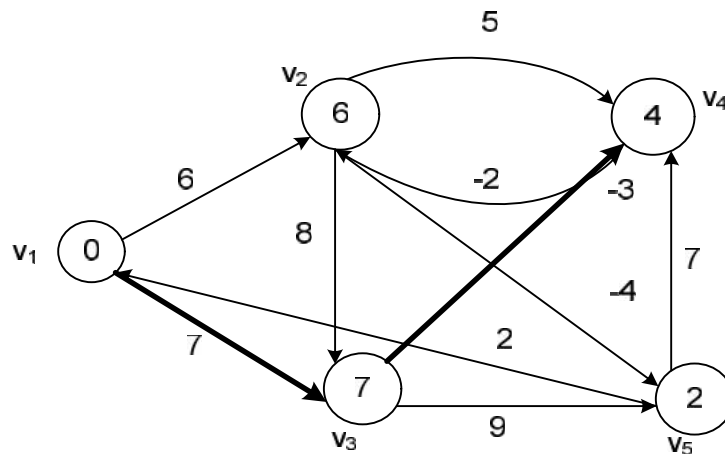
Maka dipilih 4 sebagai nilai $D(4)$ sekarang,

$$D(4) = 4$$



Gambar 2.15 Lintasan yang Melalui v_1 v_3 v_4

Berdasarkan uraian di atas maka ditemukan nilai terkecil untuk sampai ke simpul tujuan, dapat dilihat pada gambar berikut ini:



Gambar 2.16 Semua Simpul yang Sudah Terjelajahi

Berdasarkan dari graf yang sudah menjelajahi semua simpul di atas maka dapat diketahui lintasan terpendek yang lebih efisien ditempuh dari simpul v_1 menuju v_4 adalah melalui:

$v_1 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4$ yaitu sebesar 4.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Bab III dalam penelitian ini menjelaskan tentang jenis dan sumber data, serta metode analisis data.

3.1 Jenis dan Sumber Data

a. **Jenis Data**

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah peta area perkebunan kelapa sawit PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate berdasarkan regionalnya.

b. **Sumber Data**

Data dalam penelitian ini diperoleh dari PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate, Kecamatan Bandar Petalangan Kabupaten Pelalawan.

3.2 Metode Analisis Data

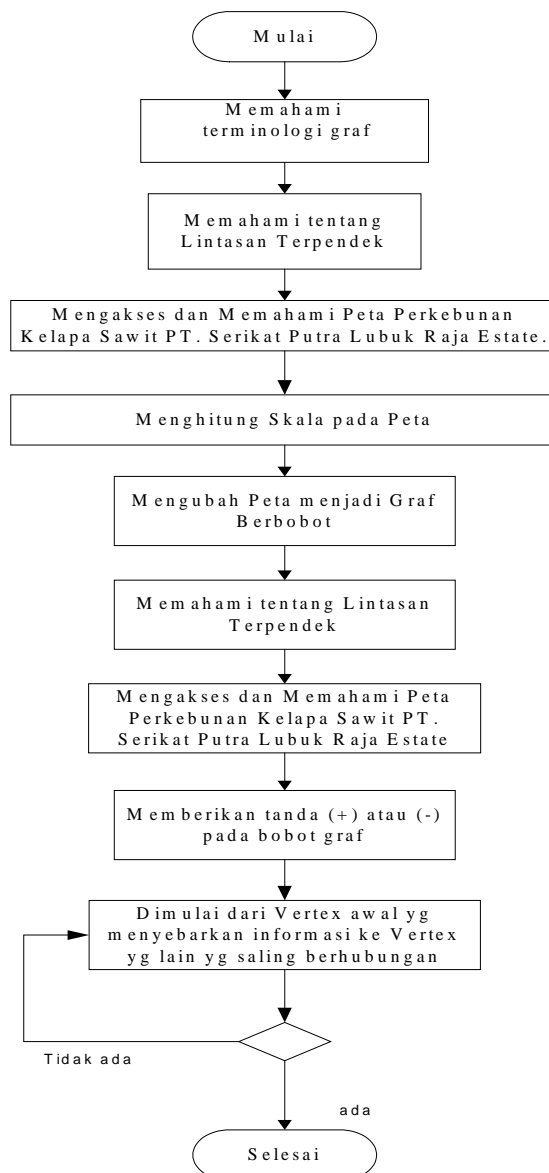
Metode analisis data yang digunakan ini adalah dengan menggunakan algoritma Bellman-Ford, adapun langkah-langkah penyelesaiannya sebagai berikut:

1. Memahami terminologi graf.
2. Menghitung sekala pada peta.
3. Mengubah peta menjadi graf berbobot (jarak).
4. Menentukan lintasan terpendek menggunakan algoritma Bellman-ford
 - a. Mengubah peta menjadi graf berarah.
 - b. Menentukan vertek asal dan vertek tujuan.
 - c. Memberikan tanda (+) atau (–) pada bobot graf.
 - d. Di mulai dari vertek “0” yang menyebarkan informasi ke masing-masing vertek yang langsung berhubungan dengan vertek “0” tersebut sesuai dengan nilai bobot jalurnya. Semua vertek yang sudah memiliki nilai akan menyebarkan informasi ke vertek yang saling berhubungan

langsung, kemudian jika sebuah vertek diisi oleh lebih dari satu nilai maka nilai yang dipilih adalah nilai terkecil.

- e. Lakukan berulang kali langkah d sampai terbentuknya nilai pada setiap vertek yang sudah terjelajahi.

Metodologi lintasan terpendek pada Perkebunan Kelapa Sawit PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate dapat direpresentasikan ke dalam *flowchart* sebagai berikut :



Gambar 3.1 *Flowchart* Metodologi Penelitian

BAB V

PENUTUP

Bab V dalam penelitian ini terdiri atas kesimpulan dari pembahasan yang telah dilakukan pada Bab IV dan saran bagi pembaca yang ingin melanjutkan penelitian ini.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang dilakukan pada Bab IV yaitu, *implementasi algoritma Bellman-Ford untuk menentukan lintasan terpendek pada jalur pengangkutan kelapa sawit* . dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Penentuan lintasan terpendek dapat diselesaikan menggunakan algoritma Bellman-Ford.
2. Lintasan terpendek yang diperoleh menggunakan algoritma Bellman-Ford pada kasus jalur pengangkutan kelapa sawit di PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate dari *regional* 1 menuju pabrik pengolahan kelapa sawit pada *regional* 15 yaitu melalui.

$R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_{13} \rightarrow R_{14} \rightarrow R_{15}$ adalah senilai 15.004 meter atau sekitar 15 kilo meter.

3. Lintasan yang dilalui oleh truk pengangkut sawit dari *regional* 1 menuju pabrik pengolahan kelapa sawit *regional* 15 yang ada di lokasi selama ini adalah $R_1 \rightarrow R_3 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5 \rightarrow R_6 \rightarrow R_8 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_{13} \rightarrow R_{14} \rightarrow R_{15}$ yaitu sepanjang 30.070 meter atau sekitar 30 kilo meter.
4. Selisih panjang lintasan yang ada di lokasi perkebunan PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate yang tengah diterapkan oleh perusahaan selama ini dibanding dengan hasil perhitungan algoritma Bellman-Ford yang dilakukan oleh penulis adalah sepanjang 15.066 meter. Hal ini berarti jika perusahaan menerapkan hasil perhitungan algoritma Bellman-Ford, maka lintasan yang akan dilalui oleh truk pengangkut kelapa sawit dari *regional* 1 menuju pabrik pengolahan kelapa sawit adalah 15.066 meter lebih pendek dibanding lintasan yang dilewati selama ini.

5.2 Saran

Beberapa hal yang di sarankan oleh penulis kepada pembaca yang berminat untuk melanjutkan skripsi ini adalah:

1. Tugas akhir ini menjelaskan bagai mana menentukan lintasan terpendek pada jalur pengangkutan kelapa sawit di perkebunan kelapa sawit PT. Serikat Putra Lubuk Raja Estate menggunakan algoritma Bellman Ford. Bagi para pembaca yang ingin melanjutkan skripsi ini penulis menyarankan untuk membandingkan dengan algoritma lainnya yang bisa di implementasikan untuk menentukan lintasan terpendek.
2. Pembaca dapat mengembangkan algoritma ini untuk dimodifikasi.
3. Pembaca dapat menyelesaikan algoritma Bellman-Ford ini dengan kasus yang sama menggunakan program.

DAFTAR PUSTAKA

- Budiarsyah, Dibi Khairurrazi. *Algoritma Dijkstra, Bellman-ford, dan Floyd-warshall* untuk Mencari Rute Terpendek dari Suatu Graf. Makalah. 2010.
- Cormen, Thomas H dkk. *Algorithms*. McGraw-Hill Book Company. North America. 1994.
- Harari. Frank. *Graph Theory*. Addison-wesley publishing company. Canada. 1994.
- Heleni, Susda, dan Zulkarnain. *Buku Ajar Matematika Diskrit*. Pusat Pengembangan Pendidikan. Pekanbaru. 2006.
- Johnson Baugh, Richard. *Matematika Diskrit Jilid 2*. PT. Prenhallindo. Jakarta. 2002.
- Kamayudi. Apri. “Studi dan Implementasi Algoritma Djikstra, *Bellman-Ford* dan *Floyd-warshall* dalam Menangani Lintasan Terpendek dalam Graf”. Makalah. 2007
- Lipschuts, Seymour, dan Larslipson Marc. *Matematika Diskrit Jilid 2 Schaum's*. Salemba Teknika, Jakarta. 2002.
- Liu. C. L. *Dasar-Dasar Matematika Diskrit*. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta. 1995
- Munir, Rinaldi. *Matematika Diskrit*. Edisi Ketiga. Informatika, bandung, Indonesia. 2005.
- Pradhana, Bayu Aditya. “Studi dan Implementasi Persoalan Lintasan Terpendek Suatu Graf dengan Algoritma *Dijkstra* dan Algoritma *Bellman-ford*”. Makalah. 2006.
- Retno, Yudi. “Algoritma *Dijkstra* dan *Bellman-ford* dalam Pencarian Jalur Terpendek”. Makalah. 2009.
- Siang, Jong Jek, M. Sc. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*. Penerbit Andi, Yogyakarta. 2006.
- Wibisono. Samuel. *Matematika Diskrit*. Graha Ilmu. Jakarta. 2004.

Wicaksono. Alfian Farizki. “Modifikasi Algoritma *Dijkstra* dengan Metode *Ford* untuk Mencari *Shortest Path* pada Graf yang Memiliki Bobot Negatif”. Makalah. 2008.